

**Dr. Frank-Michael Litzka**  
Sveučilište Hohenheim  
Institut za poljoprivrednu ekonomiku  
Zavod za upravljanje poljoprivrednog gospodarstva



**TEORIJA POLJOPRIVREDNE PROIZVODNJE**

-interni prijevod za potrebe predmeta  
“Uprava poljoprivrednog gospodarstva”  
“Ekonomika proizvodnje”

Preveli i prilagodili: Mario Njavro, dipl.ing.  
mr.sc. Josip Juračak



## KAZALO

<b>KAZALO</b> .....	<b>3</b>
<b>1. UVOD</b> .....	<b>4</b>
<b>2. OPTIMALNA INTENZIVNOST PROIZVODNJE</b> .....	<b>4</b>
2.1 Osnove.....	4
2.2 Analiza proizvodne funkcije jednog faktora .....	7
2.3 Analiza proizvodne funkcije s mijenjanjem stupnjeva u učinkovitosti .....	12
2.4 Analiza proizvodne funkcije s više čimbenika .....	14
2.5 Funkcija troškova .....	15
2.6 Analiza osjetljivosti s funkcijom troškova.....	17
<b>3. ODNOS FAKTOR - FAKTOR</b> .....	<b>18</b>
3.1 Kombinacija s minimalnim troškovima .....	20
3.2 Rast .....	22
<b>4. ODNOS PROIZVOD - PROIZVOD</b> .....	<b>23</b>
<b>5. OPTIMALNA ORGANIZACIJA FARME</b> .....	<b>26</b>
<b>6. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA</b> .....	<b>27</b>

# 1. UVOD

Neoklasična teorija je univerzalna i sveobuhvatna teorija ekonomike proizvodnje.

Ona definira ekvilibrij i temelji se na slijedećim pretpostavkama:

- savršena predvidivost
- maksimalna dobit u nekom razdoblju je cilj ekonomske aktivnosti
- statički pristup proizvodnom procesu
- neograničena djeljivost sredstava za proizvodnju i proizvoda.

1. Savršena predvidivost – predpostavlja da je rezultat ekonomske aktivnosti unaprijed poznat. U poljoprivredi ta je ta pretpostavka neprovediva, jer pretpostavlja da je prinos nekog usjeva nepristrana funkcija aktivnosti koje je farmer poduzeo (ili propustio poduzeti),
2. Maksimizacija dobiti u određenom razdoblju – razumijeva da posljedice odluka u tekućem razdoblju neće biti razmatrane u bilo kojem budućem razdoblju. Izlaz iz moguće nedoumice može biti u produženju razmatranog razdoblja na nekoliko godina i/ili u uvođenju uvjeta da proizvodne prigode budu iste i nakon razmatranog razdoblja.
3. Statički pristup proizvodnom procesu – je skoro isti kao i prethodna pretpostavka, ali nudi rješenje prijašnje nedoumice. *Statički* znači da odluke u razmatranom razdoblju neće utjecati na odluke u drugim razdobljima.
4. Neograničena djeljivost sredstava za proizvodnju i proizvoda – znači da kad god se sredstvo koristi u proizvodnji ili kad god se proizvedu učinci, dostupni su u bilo kojem svom dijelu. Ovo je pojednostavljenje kalkulacije troškova.

Naravno, niti jedna od navedenih pretpostavki, se u stvarnosti ne može naći. No *neoklasična teorija proizvodnje* je usprkos ovim nedostacima široko prihvaćena. Zašto?

To je jedina cjelovita teorija proizvodnje i kad god se jedna od pretpostavki pokaže ograničavajuća, teorija može biti proširena i proširuje se.

Maksimalni profit u određenom razdoblju je postignut kad su sva tri od slijedećih uvjeta ravnoteže ispunjena:

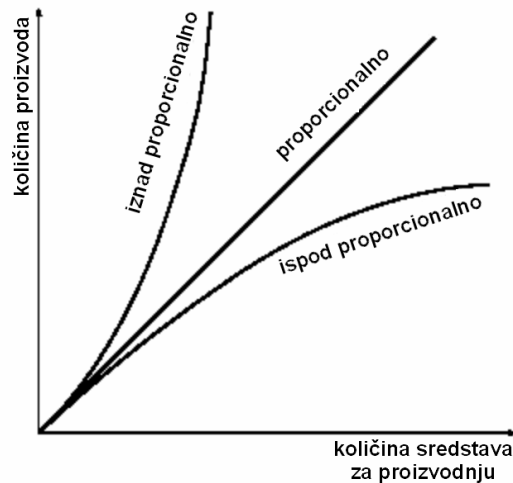
- optimalni pojedinačni intenzitet ili optimum količine inputa, tj. optimalan odnos input-proizvod (eng. *factor-product relationship*)
- optimalna kombinacija inputa, tj. optimalan odnos input-input (eng. *factor-factor relationship*)
- optimalna proizvodna kombinacija (naziva se i optimalna kombinacija usjeva), tj. optimalan odnos proizvod-proizvod. (eng. *product-product relationship*)

## 2. OPTIMALNI POJEDINAČNI INTENZITET (OPTIMUM KOLIČINE INPUTA)

### 2.1 Polazište

Kod proizvodnje učinaka se očekuje da će s porastom ulaganja proizvodnih čimbenika rasti i količina učinaka. No, već je Turgot (1727.-1781.), u svom *input-output zakonu*, uvidio da količina učinaka raste sporije od stope porasta količine inputa. Ovu pojavu nazivamo *zakon opadajućih prinosa* jer količina učinaka jedne jedinice inputa biva sve manja s povećanjem ukupne količine proizvodnje. Odnos inputa i outputa se naziva *proizvodna funkcija*. Proizvodna funkcija uvijek opisuje *fizički (količinski)* odnos između inputa (ili čimbenika) kao neovisne varijable i outputa (ili učinka) kao zavisne varijable. Osim proizvodne funkcije s opadajućom stopom povrata, postoje i drugi odnosi. Tako razlikujemo slijedeće odnose čimbenik-učinak (slika 1.1.)

- proporcionalni odnos, linearni, s konstantnom stopom povrata,
- ispod proporcionalni odnos, degresivni, s opadajućom stopom povrata,
- iznad proporcionalni odnos, progresivni, s rastućom stopom povrata,
- u početku degresivni, a zatim proporcionalni odnos, Neoklasični model, s promjenljivom stopom
- proporcionalni odnos s pravcem kapaciteta, linearni ograničeni, konstantna stopa



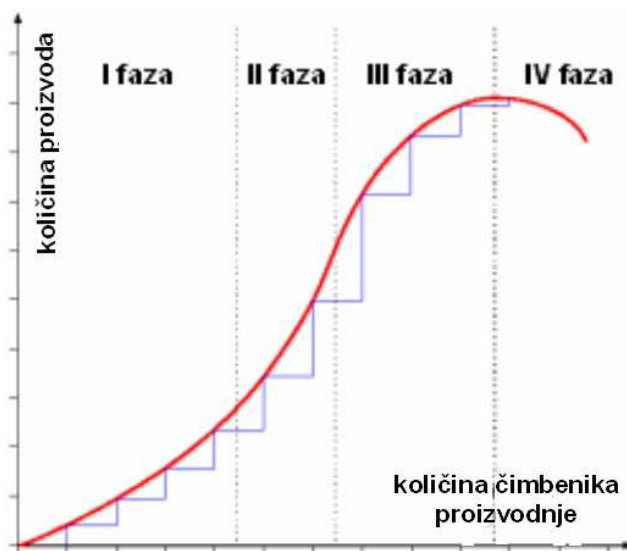
Slika 2.1. Najčešći oblici funkcije proizvodnje (odnosa čimbenik-učinak)

Iznad proporcionalni rast prinosa, kao posljedica porasta inputa je jako rijedak, iako je moguć kod inputa pesticida ili rada. Ovakav tip odnosa vrijedi samo u određenom rasponu utroška, a nakon toga se mijenja u ispod proporcionalni oblik, što nas dovodi do *neoklasične proizvodne funkcije*.

Slučaj s proporcionalnim rastom je prilično rijedak: npr. količina mlijeka kao funkcija hranidbe koncentratom. Ovdje se također, može očekivati da svako daljnje dodavanje inputa od određene razine neće povećavati količinu mlijeka, pa imamo slučaj linearnog ograničenja proizvodne funkcije.

Najčešći slučaj je proizvodna funkcija s ispod proporcionalnim rastom outputa. I u poljoprivredi je smanjivanje prinosa nakon određene količine inputa uobičajeno.

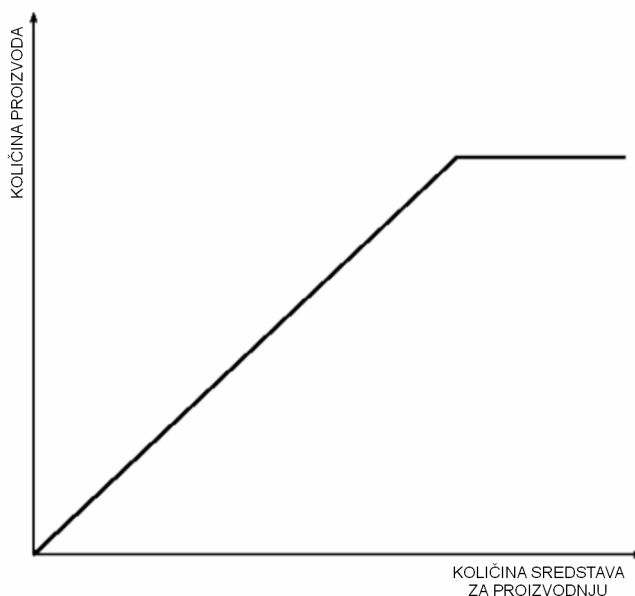
Neoklasična proizvodna funkcija je idealiziran oblik proizvodne funkcije. Ona sadrži iznad proporcionalne, skoro proporcionalne i ispod proporcionalne faze, te faze s negativnim povratima.



Slika 2.2. Neoklasična funkcija proizvodnje

Proizvodna funkcija s linearnim ograničenjem ima svoju povijesnu važnost, jer je J. V. Liebig za prvu definiciju proizvodne funkcije (sredinom 19. stoljeća) koristio upravo taj oblik. On je postavio i postulat koji glasi da proizvodni čimbenik koji se nalazi u minimumu određuje ukupni prinos. Malo pojednostavljen, ovaj oblik proizvodne funkcije se može koristiti za proizvodnju mlijeka koja ovisi o utrošku koncentrata.

Nedavno su neki agroekonomisti potaknuli «renesansu» ove proizvodne funkcije tvrdnjama da su je našli uporabom regresijske analize. Ako bi se zabilježio značajan broj ovakvih slučajeva, sadašnja teorija proizvodnje bi bila odbačena. Problem ovakvih slučajeva u tome što su statističke metode neinteligentne. One ne ispituju je li tip funkcije ima smisla, već samo kako se postojeći podaci podudaraju sa željenom teoretskom funkcijom. Viša razina podudaranja ne znači da je funkcija točnija.



Slika 2.3. Proizvodna funkcija s linearnim ograničenjem

Proizvodne funkcije ne postoje samo za opisane slučajeve, s jednim čimbenikom i jednim proizvodom već i za slučajeve s više čimbenika (inputa). Takve su funkcije u stvari i realnije,

jer farmer obično može mijenjati ne jedan već i više inputa, zbog čega su od interesa u razmatranju.

Zbog jednostavnosti, neko ćemo se vrijeme držati jednodimenzionalnih slučajeva. Označiti ćemo input slovom  $x$ , i proizvod slovom  $y$ . Za input  $x$  rabiti ćemo i izraz *čimbenik*, a za proizvod  $y$  ćemo rabiti i izraze *učinak* i *output*.

## 2.2 Analiza proizvodne funkcije jednog inputa

Podsjetimo se da je jedan od uvjeta optimuma u neoklasičnoj teoriji proizvodnje, optimalan odnos input-proizvod. Taj se optimalni odnos može naći pomoću analize proizvodne funkcije. Za analizu proizvodne funkcije moramo poznavati neke pojmove i definicije koje možemo promotriti na slici 2.4. Prvo što vidimo je postojanje određenog maksimalnog prinosa. To je najveći prinos koji se može dobiti utroškom promatranog inputa bez mijenjanja ostalih čimbenika<sup>1</sup>.

Točka maksimalnog prinosa uvijek mora postojati: u nekim slučajevima se proizvodna funkcija približava maksimumu asimptotski, dok u drugima, kao na slici, funkcija opada nakon što dostigne maksimum. Treba biti jasno da je svako ulaganje iznad maksimuma neekonomično.

U nekoliko smo navrata koristili pojam *stopa povrata* i rekli smo da ona može rasti ili padati. Kada stopa povrata raste ili opada znači da nije konstanta, da se mijenja. Dakle, u svakoj točki proizvodne funkcije stopa povrata je drugačija. U razmatranju određene točke na proizvodnoj funkciji zanima nas stopa povrata u toj točki, drugim riječima na granici (margini) našeg razmatranja. Stoga ćemo ovu stopu nazivati *marginalna (granična) stopa povrata (MSP)*. MSP definiramo kao promjenu učinka uzrokovanu zadnjom jedinicom promjenom inputa.

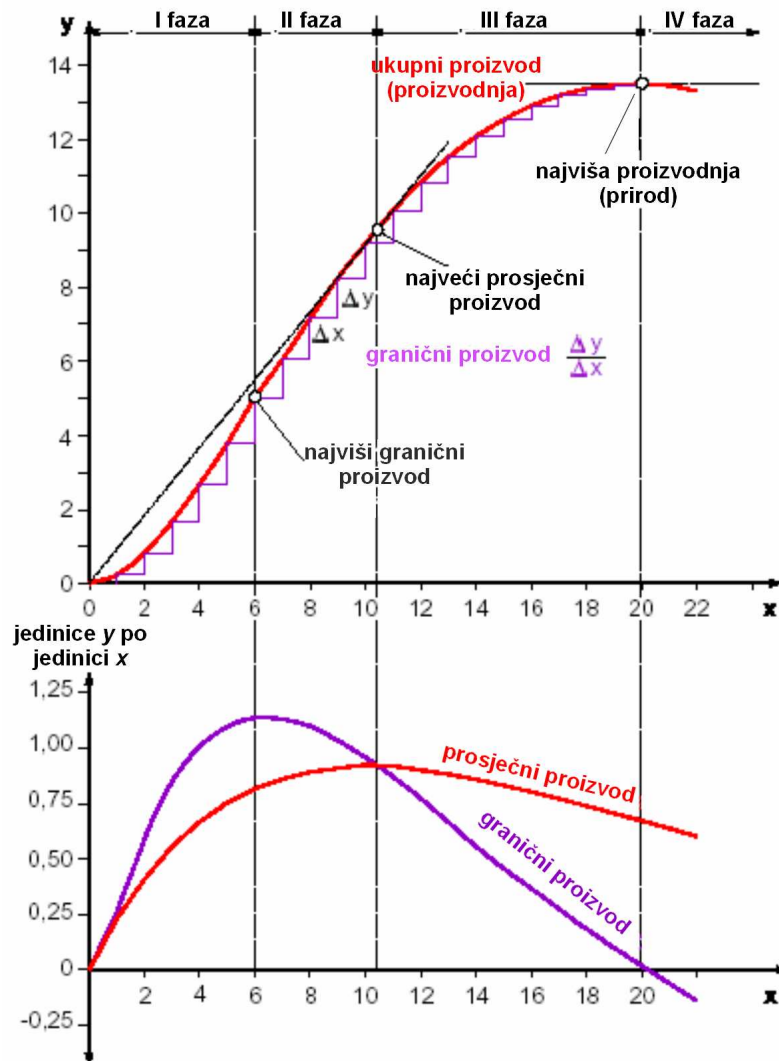
MSP je nagib proizvodne funkcije u točki od interesa. Geometrijski ona se definira kao nagib tangente povučene na krivulju funkcije proizvodnje u točki koju razmatramo, a matematički je to prva derivacija funkcije proizvodnje u toj točki. Može se izračunati kao kvocijent promjene outputa i promjene inputa, odnosno  $\Delta y/\Delta x$ , a ako su promjene  $x$  jako male, možemo koristiti kontinuiranu jednadžbu  $dy/dx$ . U donjem dijelu slike 2.4. MSP je prikazana kao kontinuirana funkcija krivuljom "granični proizvod". Ona ima maksimum točno u točki infleksije proizvodne funkcije. *Funkcija marginalne stope povrata je prva derivacija proizvodne funkcije i govori nam koliki se učinak može očekivati od povećanja inputa za jednu jedinicu (pri određenoj razini outputa).*

Druga informacija koju možemo dobiti iz proizvodne funkcije je prosječni proizvod, odnosno prosječan učinak po jedinici inputa. Matematički je to omjer  $y/x$ . U donjem dijelu slike 2.4. je ovaj odnos također prikazan kao kontinuirana funkcija *prosječnog proizvoda*. Geometrijski je prosječan prinos izražen kao nagib pravca povučenog od ishodišta kroz promatranu točku na proizvodnoj funkciji. Maksimalni prosječni proizvod je u točki gdje taj pravac ima najmanji nagib. Još je jedna točka zanimljiva: krivulja prosječnog proizvoda presijeca krivulju marginalne stope povrata (graničnog proizvoda) u trenutku kad dostigne maksimum.

Razmotrimo sad mogućnosti određenja najviše i najniže količine inputa koju možemo uzeti u razmatranje za ekonomski prihvatljivu proizvodnju. Već smo prije rekli koja je maksimalna količina inputa što je možemo uzeti u razmatranje. Iz rasprave o prosječnom proizvodu i marginalnoj stopi povrata, možemo odrediti minimalnu količinu koju treba uzeti u razmatranje: to je količina inputa pri kojoj prosječni proizvod dostiže maksimum.

---

<sup>1</sup> Uvjet «bez mijenjanja bilo čega drugog» je u ekonomiji jako važan i naziva se «ceteris paribus».



Slika 2.4. Neoklasična funkcija proizvodnje: ukupne i prosječne veličine

Dok se god ta točka ne dostigne, svako povećanje inputa će rezultirati iznad proporcionalnim rastom outputa. Tek u toj točki vrijednost outputa nadilazi vrijednost ukupnih inputa i počinjemo ekonomično proizvoditi. Dakle, ekonomski relevantna je samo III. faza prikazane neoklasične proizvodne funkcije. Analizu možemo olakšati primjenom puno jednostavnijeg oblika proizvodne funkcije s opadajućom stopom povrata. Ta funkcija također ima stalno smanjenje prosječnog proizvoda i marginalne stope povrata.

Za sada znamo da je optimalna razina utroška inputa negdje između točaka maksimalnog prosječnog proizvoda kao donje granice i maksimuma ukupne proizvodnje kao gornje granice, ali ne znamo točno gdje. Kako bi dali odgovor na to pitanje moramo poznavati cijene i inputa i outputa, tj. i čimbenika i proizvoda. Dok su god troškovi *dodatne jedinice inputa* manji od *vrijednosti porasta proizvodnje* uzrokovane dodatnom jedinicom inputa, ekonomski je opravdano povećavati ulaganje inputa. Očito, ukupan višak (vrijednost proizvoda minus vrijednost inputa) će rasti do te točke. Ta točka može biti određena matematički pomoću relacije:

$$p \cdot \Delta y / \Delta x = q ; \quad \text{gdje je: } p = \text{cijena proizvoda i } q = \text{cijena inputa}$$



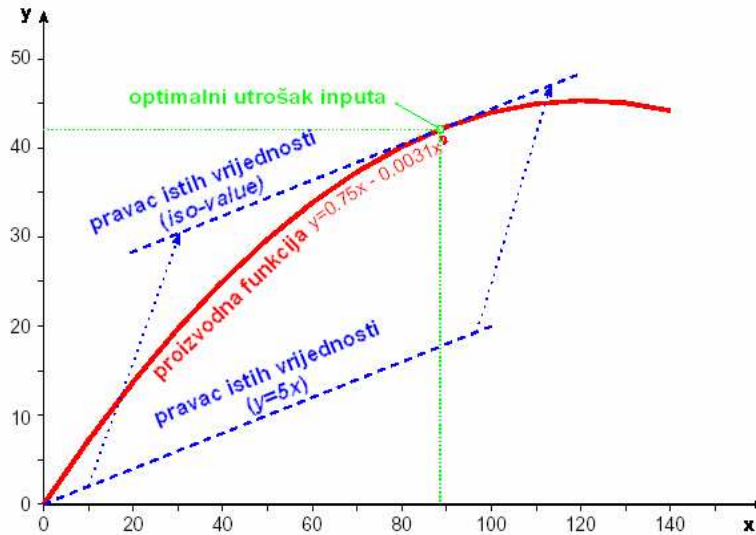
Određivanje optimalne intenzivnosti proizvodnje (optimalne količine inputa ili optimalnog odnosa čimbenik – proizvod) je moguće izvršiti geometrijski, uz pomoć tablica i aritmetički. Demonstrirat ćemo sve tri mogućnosti na primjeru proizvodne funkcije.

$$y = 0,75x - 0,0031x^2$$

Cijene po jedinici proizvoda i inputa su:

$$p = 6,00\$ \text{ i } q = 1,20\$ \text{ (}\Rightarrow \text{ omjer } q/p=1,2/6=1:5\text{)}$$

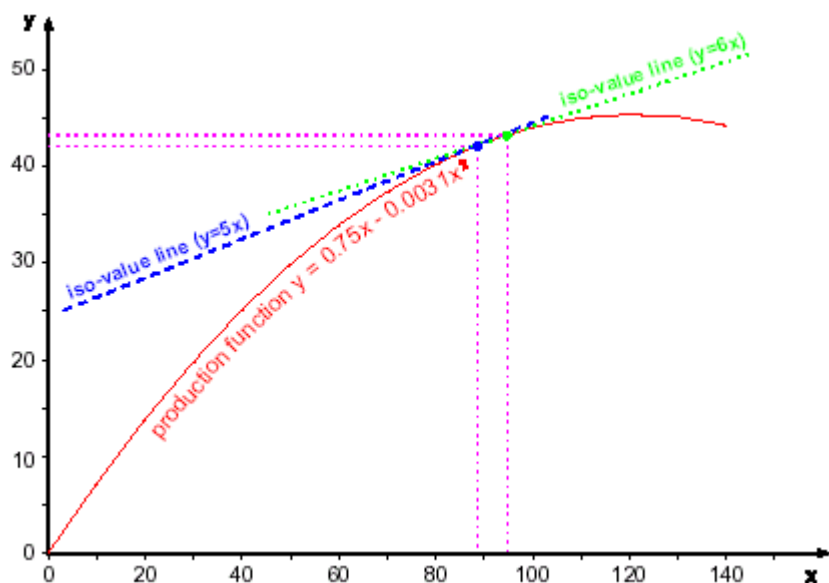
Ono što tražimo je točka na proizvodnoj funkciji u kojoj je njen nagib jednak odnosu cijena inputa i proizvoda 1 : 5, pa se navedeni optimum može pisati kao:  $\Delta y/\Delta x = q/p$



Slika 2.5. Geometrijsko određivanje točke optimalnog ulaganja inputa

Kod grafičkog rješavanja prvo ucrtamo krivulju proizvodne funkciju, a zatim pravac koji izražava cjenovni odnos; možemo reći *pravac koji spaja sve točke u kojima je vrijednost inputa jednaka vrijednosti proizvoda* (jednaka vrijednost ili iso-value). Taj pravac nazivamo *pravac jednakih vrijednosti ili iso-value pravac*. Nagib ovog pravca je u primjeru 1/5 (od 1,2:6). Nagib proizvodne funkcije u točki je marginalna stopa povrata, ili, geometrijski, nagib tangente na proizvodnu funkciju u toj točki. Budući tražimo točku gdje je nagib ove tangente jednak odnosu cijena inputa i proizvoda, u biti tražimo točku na proizvodnoj funkciji u kojoj je nagib krivulje jednak nagibu pravca jednakih vrijednosti. Pomićemo dakle, iso-value pravac prema gore dok isti ne postane tangenta krivulje proizvodne funkcije.

Prema grafikonu možemo odrediti da će optimalna količina inputa biti oko 88 jedinica što rezultira s oko 42 jedinice proizvoda. Treba priznati da je teško precizno očitati rezultat, ali i ovakvo je rješenje zadovoljavajuće. Zanimljiva je činjenica da se geometrijski *analiza osjetljivosti (kako se mijenja rezultat ako...)* može izraditi dosta lako i uvjerljivo, kao što pokazuje primjer sa slike 2.6. za 20%-tno povećanje cijene proizvoda. U tom slučaju posljedice nisu dramatične, iako je vidljivo da bi pad cijene za isti iznos imao puno veći učinak. Analiza osjetljivosti u aritmetičkoj i tabelarnoj analizi je puno manje uvjerljiva i traži puno više vremena – barem je to bio slučaj dok se nisu koristila računala.



Slika 2.6. Analiza osjetljivosti proizvodne funkcije

Kod tabličnog rješavanja problema, potrebno je u tablicu unijeti količine inputa u razumnim koracima ili rasponima (recimo 10 jedinica) zajedno s odgovarajućim učinkom i marginalnom stopom povrata u količinskim i vrijednosnim jedinicama (tablica 2.1). U tablici tražimo red u kojem je vrijednosna MSP jednaka cijeni jednog koraka inputa, što je 12,00\$ ( $10 \times 1,2\$ = 12\$$ ). Ta se vrijednost MSP nalazi negdje između 80 i 90 jedinica  $x$ , vjerojatno bliže 90. Kako bi dobili preciznije rješenje možemo povećati raspone  $x$ , ali obično za to nema potrebe.

Tablica 2.1. Određivanje optimalnog ulaganja inputa

Količina inputa $x$	Količina učinka $y$	MSP $dy/dx$	MSP - vrijednosno
0	0		
10	7,19	7,19	35,39
20	13,76	6,57	32,85
30	19,71	5,95	29,75
40	25,04	5,33	26,65
50	29,75	4,71	23,55
60	33,84	4,09	20,45
70	37,31	3,47	17,35
80	40,16	2,85	14,25
90	42,39	2,23	11,15
100	44	1,61	8,05
110	44,99	0,99	4,95
120	45,36	0,37	1,85
130	45,11	-0,25	-1,25

Razmotrimo sada matematičko rješenje. Cilj je naći točku na proizvodnoj funkciji u kojoj je marginalna stopa povrata (vrijednosno iskazana) jednaka cijeni inputa, ili matematički

točnije rečeno, točku u kojoj je *prva derivacija funkcije proizvodnje pomnožena s cijenom proizvoda jednaka cijeni inputa*.

Ako je proizvodna funkcija  $y = f(x)$ , tada je funkcija marginalne stope povrata  $MSP = f'(x)$  i mi tražimo točku u kojoj je  $6 [f'(x)] = 1,2$ , ako su cijena proizvoda  $p=6\$$  i cijena inputa  $q=1,2\$$ .

Proizvodna funkcija  $f(x)$  glasila je  $y=0,75x-0,0031x^2$ , pa je prva derivacija

$$y'=0,75-0,0062x.$$

Uvrštavanjem u gornju jednadžbu dobivamo:

$$6(0,75 - 0,0062x) = 1,2$$

$$4,5 - 0,0372x = 1,2$$

$$0,00372x = 3,3$$

$$x = 88,71$$

Proizvodnja koja odgovara utrošku od 88,71 jedinica inputa se izračunava ovako:

$$y = 0,75x - 0,0031x^2$$

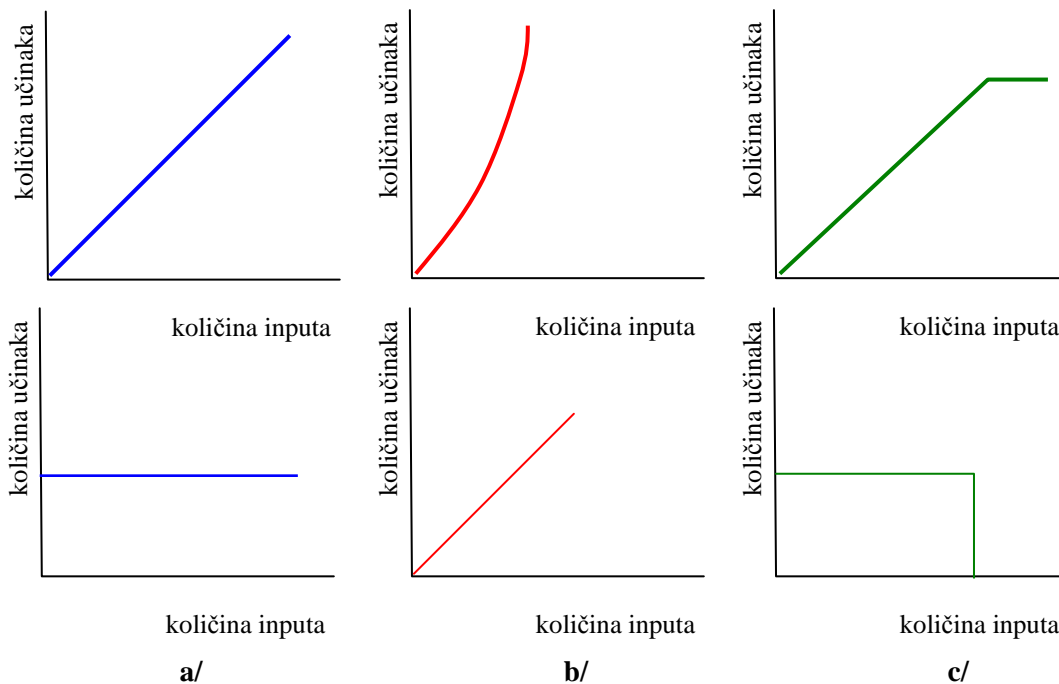
$$y = 0,75 \times 88,71 - 0,0031 \times 88,71^2$$

$$y = 42,14$$

Dok matematički izračun optimuma daje rezultat za bilo koju količinu, za analizu osjetljivosti su potrebne određene dorade. U literaturi se često može naći matematičko rješenje koje se temelji na funkciji dobiti (profita), a točka funkcije dobiti koju treba naći je ona pri kojoj je granična dobit nula. Prema definiciji dobiti, funkcija također sadrži fiksne troškove. Pri derivaciji ove funkcije ti fiksni troškovi nestaju.

Korištenje matematičke procedure s proizvodnom funkcijom koja sadrži točku infleksije (npr. neoklasična) zahtijeva razmatranje još jedne točke: za razliku od grafičke i tablične metode, matematička procedura daje dva rješenja. Zato ćemo prvo odrediti uvjete odabira: druga derivacija proizvodne funkcije je negativna u optimumu, drugim riječima optimum se nalazi u dijelu proizvodne funkcije u kojoj marginalna stopa povrata opada. Nakon ovoga što smo do sada prošli možemo lako odrediti raspon u kojem se nalazi optimum i kod drugih tipova proizvodnih funkcija jednostavno gledajući na prvu derivaciju.

U slučaju proporcionalne proizvodne funkcije (slika 2.7. a/), prva derivacija je pravac paralelan s apscisom, jer MSP je konstantna. Možemo lako tvrditi da je proizvodnja neekonomična dok je god cijena inputa veća ili jednaka umnošku cijene proizvoda i MSP. Ako je cijena manja, proizvodnju treba neograničeno povećavati, sve dok se ne pojavi neka restrikcija. U slučaju progresivne proizvodne funkcije (slika 2.7. b/) MSP stalno raste, pa input treba ulagati neograničeno, odnosno što je više moguće. U slučaju linearne proizvodne funkcije s ograničenjem (slika 2.7. c/) stanje je slično kao i u slučaju proporcionalne funkcije, no s izuzetkom što je ograničenje već uključeno u funkciju. Input će dakle, biti ili nula ili povećan do ograničenja.



Slika 2.7. Primjeri nekih proizvodnih funkcija i njihovih derivacija

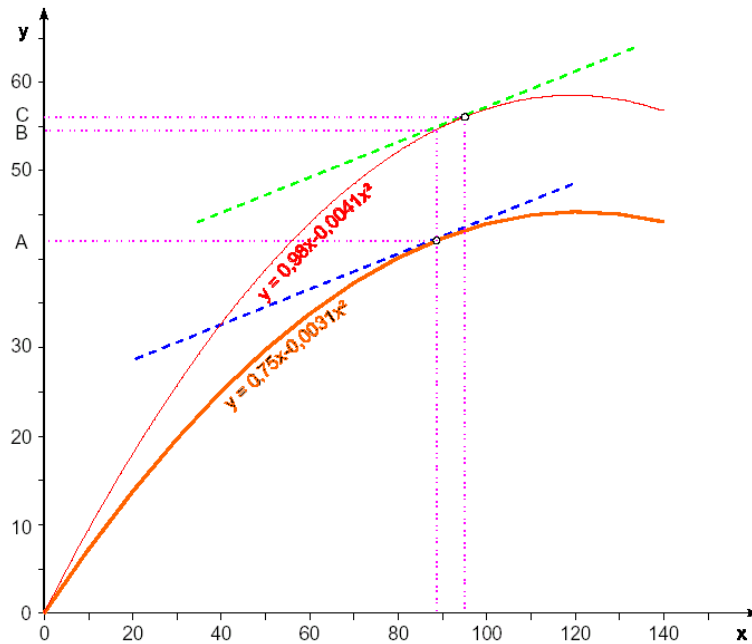
### 2.3 Analiza funkcije proizvodnje s promjenom razina i učinkovitosti

Pitanje posljedica uslijed promjena u proizvodnoj funkciji jest dio analize osjetljivosti. Biotehnološki napredak dovodi do promjena proizvodne funkcije. Sve dok se mijenjaju samo tehnološke razine (čitava krivulja funkcije se pomiče prema gore) to nema utjecaja na promjenu optimuma. Provjerimo to matematičkom procedurom. Recimo da se ukupna razina proizvodnje podigne za 5 jedinica. Kod već spomenute proizvodne funkcije

$$y=0,75x-0,0031x^2$$

to znači promjenu u  $y=5+0,75x+0,0031x^2$ . Kod deriviranja ove funkcije konstanta otpada i nema utjecaja na rezultat, što znači da nema promjene u optimalnoj razini utroška inputa. Ipak, ukupna će proizvodnja u optimumu biti veća za 5 jedinica.

S porastom učinkovitosti promjena u količini inputa dolazi sama po sebi. Na slici 2.8. porast učinkovitosti uzrokovao je promjenu outputa od A do B (na osi ordinata). Ekonomski, output može nadalje rasti od B do C pri povećanju inputa do novog optimuma. Upravo je ovaj dvostruki učinak porasta učinkovitosti odgovoran za dramatičan rast prinosa nakon II svjetskog rata u Europi. U Njemačkoj je on iznosio oko 80 kg žita po hektaru godišnje.

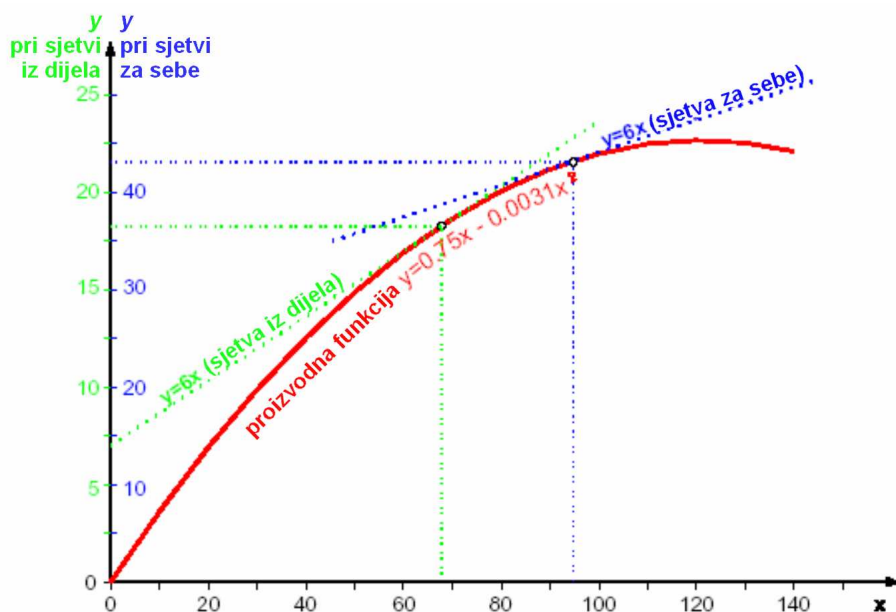


Slika 2.8. Učinak povećanja učinkovitosti čimbenika proizvodnje

Proizvodna nam funkcija puno govori. Na primjer, može nam pokazati kako sjetva u dijelu (napolica, eng. *share cropping*) utječe na ukupnu proizvodnju. Pri sjetvi u dijelu zemljovlasnik i zakupac dijele prinos i sve troškove na jednake dijelove. Zemljoposjednik daje zemlju, a zakupac rad. Ovo je uobičajeno u SAD-u i čini se pravedno za obje strane. Vidjeti ćemo da to nije tako i da to može voditi do manjih prinosa (slika 2.9.).

Za zakupca je nagib krivulje jednake vrijednosti kod sjetve u dijelu točno dva puta ukošenija no što bi bila da obrađuje vlastitu zemlju, ukoliko obojica vrednuju svoj rad jednako. Prema tome, zakupac smanjuje intenzivnost kako je prikazano na slici 2.9. Za njega nema nepravednog odnosa, i on je u mogućnosti reagiranja.

Zemljovlasnik, s druge strane, ne može reagirati: on mora prihvatiti «lijenost» zakupca. Stoga u zemljama koje imaju manjak hrane ova činjenica sjetvu u dijelu čini nesocijalnom pojavom, jer uzrokuje proizvodnju ispod moguće razine.



Slika 2.9. Proizvodni optimum kod sjetve u dijelu

## 2.4 Analiza proizvodne funkcije s više čimbenika

U poljoprivrednoj proizvodnji sudjeluje puno više od jednog čimbenika. Za slučaj s dva čimbenika još je uvijek moguće nacrtati proizvodnu funkciju (slika 2.10.), no pojedinačna se intenzivnost proizvodnje ne može grafički odrediti. Tabelarno je rješenje moguće naći, ali uz velike napore. Zato se u ovakvim slučajevima obično koristi aritmetička metoda.

Za proizvodnu funkciju:

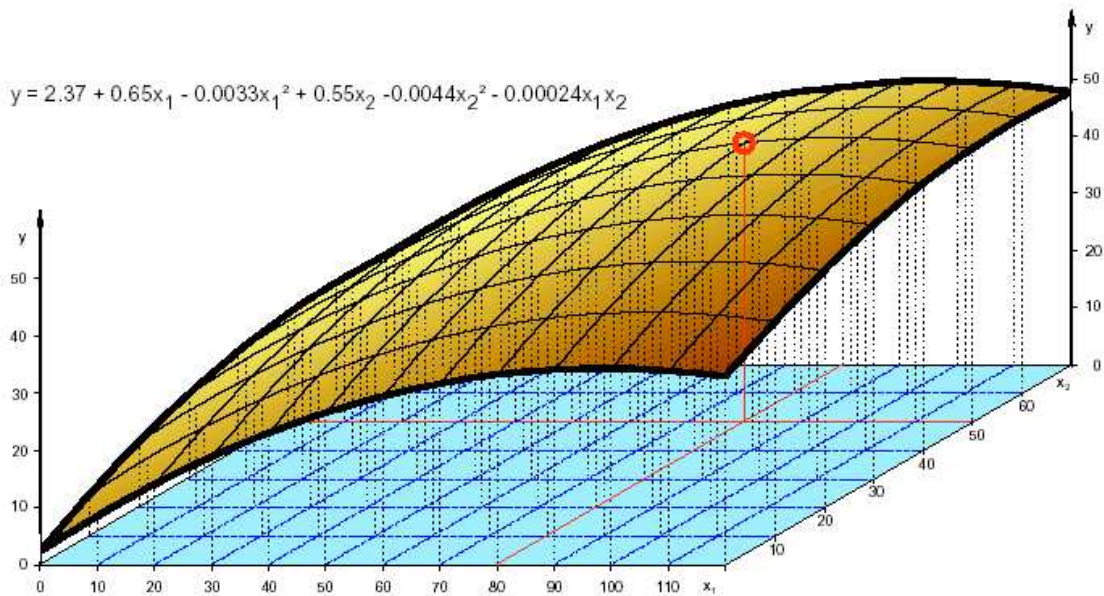
$$y = 2,37 + 0,65x_1 - 0,0033x_1^2 + 0,55x_2 - 0,0044x_2^2 - 0,00024x_1x_2$$

Iz slike 10, izračunati ćemo optimalnu razinu utroška oba inputa uz pretpostavke o cijenama:  $p = 20$ ,  $q_1 = 2,2$  i  $q_2 = 1,8$ .

Izraz koji treba riješiti je:

$$p \cdot dy/dx_1 = q_1$$

$$p \cdot dy/dx_2 = q_2$$



Slika 2.10. Funkcija proizvodnje s dva inputa

Pa tako imamo:

$$\begin{aligned}
20(0.65 - 0.0066x_1 - 0.00024x_2) &= 2.2; \\
20(0.55 - 0.0088x_2 - 0.00024x_1) &= 1.8; \\
13 - 0.1320x_1 - 0.0048x_2 &= 2.2; \\
11 - 0.0048x_1 - 0.1760x_2 &= 1.8; \\
10.8 - 0.1320x_1 - 0.0048x_2 &= 0; \quad / \cdot -0.1760 \\
9.2 - 0.0048x_1 - 0.1760x_2 &= 0; \quad / \cdot -0.0048 \\
-1.90080 + 0.02323200x_1 + 0.0008448x_2 &= 0; \\
-0.04416 + 0.00002304x_1 + 0.0008448x_2 &= 0; \\
\hline
-1.85664 + 0.02320896x_1 &= 0; \\
\hline
x_1 &= 79.9967;
\end{aligned}$$

i zatim:

$$\begin{aligned}
10.8 - 0.1320x_1 - 0.0048x_2 &= 0; \quad / \cdot -0.0048 \\
9.2 - 0.0048x_1 - 0.1760x_2 &= 0; \quad / \cdot -0.1320 \\
-0.05184 + 0.0006336x_1 + 0.00002304x_2 &= 0; \\
-1.21440 + 0.0006336x_1 + 0.02323000x_2 &= 0; \\
\hline
1.16256 - 0.02320896x_2 &= 0; \\
\hline
x_2 &= 50.0910;
\end{aligned}$$

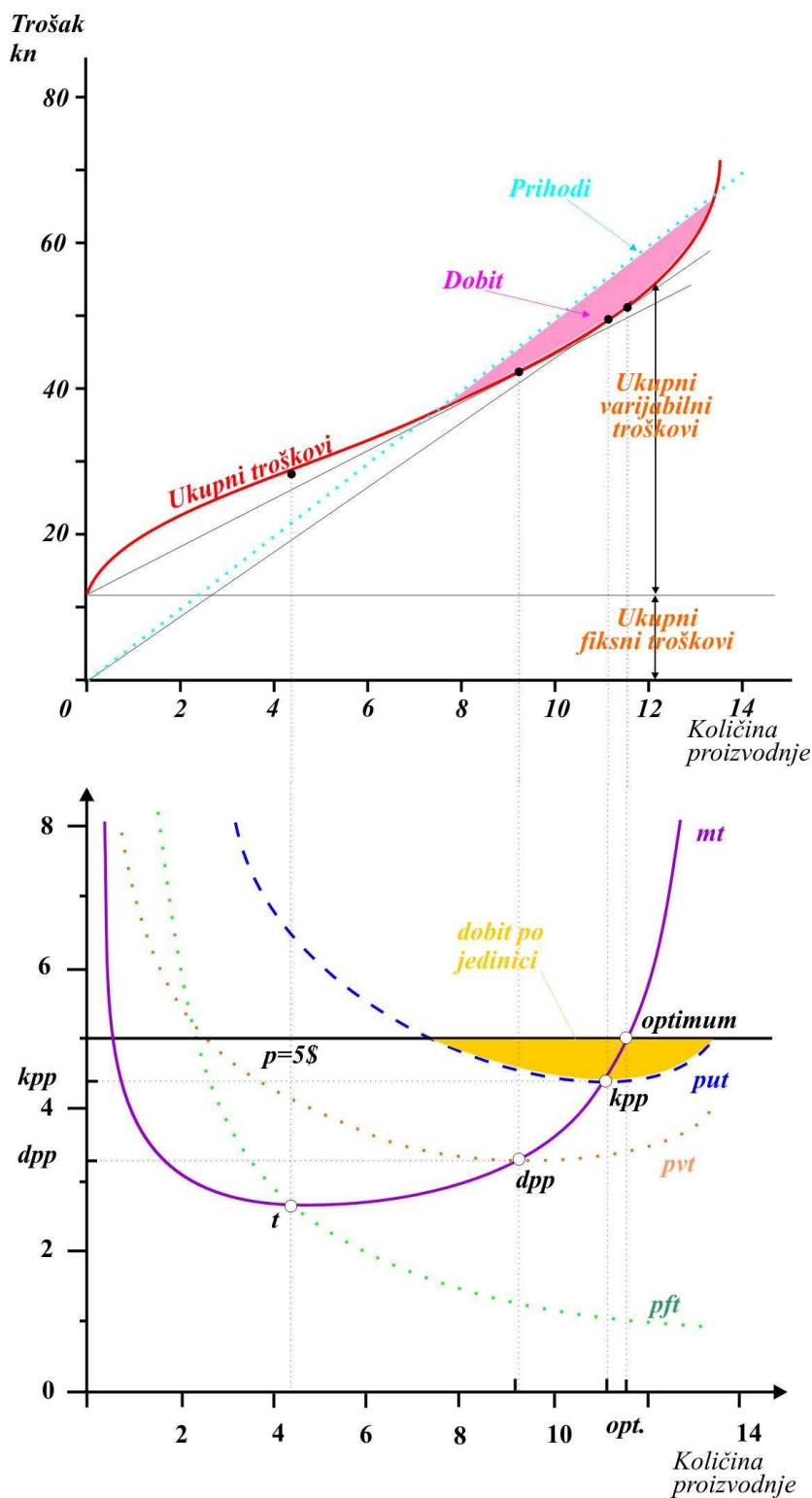
Prinos se sada može izračunati ubacivanjem izračunatih količina ova dva inputa u proizvodnu funkciju, pa ćemo dobiti rezultat:  $y = 48,8$  jedinica proizvoda.

## 2.5 Funkcija troškova

Kod proizvodne funkcije pitali smo se koja količina proizvodnje može biti dostignuta uz određenu količinu inputa. Drugo pitanje u svezi optimalne pojedinačne intenzivnosti je *koliki su dodatni troškovi uzrokovani porastom količine proizvodnje za jednu jedinicu?* Na ovo se pitanje može odgovoriti pomoću funkcije troškova.

Geometrijski se transpozicija proizvodne funkcije u funkciju troškova može opisati kao zamjena položaja apscise i ordinate uz istovremeno obrtanje proizvodne funkcije kao u zrcalu pri čemu se utrošak proizvodnog inputa iskazuje vrijednosno (novčano).

Funkcija troškova ima, prema tome, ordinatu s novčanim jedinicama i apscisu s fizičkim jedinicama. Proizvodna funkcija  $y = f(x)$  postaje funkcija troškova  $c = f(y)$ . Kod izrade funkcije troškova, fiksni su troškovi uvijek uključeni, jer nam mogu dati korisne dodatne informacije. Krivulja funkcije troškova i važnije točke na istoj se vidi na slici 2.11. Objasniti ćemo ih korak po korak.



Slika 2.11. Krivulje ukupnih i prosječnih troškova

Prvo, treba zapaziti da funkcija troškova, za razliku od proizvodne funkcije, ne počinje u ishodištu koordinatnog sustava. Tome su razlog fiksni troškovi. Kao što im ime govori, fiksni troškovi ne ovise o količini proizvodnje, i krivulja im je, stoga, paralelna s apscisom. Iako fiksni troškovi ne utječu na granične (marginalne) troškove, imaju utjecaja na druge osobine funkcije troškova. Nema smisla crtati funkciju troškova iznad točke maksimuma proizvodnje: krivulja bi se vraćala prema ordinati što bi bilo zbunjujuće.



S rastom proizvodnje prvo opadaju marginalni troškovi (mt), a od točke infleksije funkcije troškova pa nadalje, oni počinju rasti. (U točki maksimalnog proizvoda, granični troškovi imaju prekid i poprimaju negativne vrijednosti).

Proizvodni optimum (opt) se nalazi u točki gdje su granični troškovi jednaki graničnom prihodu. Kako je granični prihod ili prihod nove jedinice proizvoda jednostavno cijena proizvoda, može se reći da je optimum proizvodnje u točki gdje se *granični trošak izjednačava s cijenom proizvoda* (na slici je to  $p = 5$ ).

Prosječni fiksni troškovi (pft) imaju oblik hiperbole. Započinju iz beskonačnosti i s povećanjem proizvodnje se asimptotski približavaju osi x.

Prosječni fiksni troškovi (pvt) imaju oblik slova U. Geometrijski, predstavljaju nagib pravca povučenog iz ishodišta na krivulju troškova. Oni presijecaju krivulju graničnog troška (mt) u trenutku kad dostižu minimumu. Ova se točka naziva kratkoročnim pragom proizvodnje (kpp).

Prosječni ukupni troškovi (put) imaju također krivulju oblika slova U, ali nešto spljošteniju i povišenu u odnosu na pvt. Oni također imaju minimum u točki gdje sijeku marginalne troškove. Ovu točku presjeka nazivamo dugoročnim pragom proizvodnje ili pragom dobiti (dpp).

Dugoročni prag proizvodnje ili prag dobiti (dpp) označava točku nakon koje je moguće ostvariti dobit. Ako se cijena proizvoda spusti ispod te vrijednosti, proizvodnja ne ostvaruje dobit, no proizvodnju treba nastaviti. Prekid proizvodnje bi doveo do još većih gubitaka, jer fiksni troškovi postoje i bez proizvodnje. Dok god su varijabilni troškovi pokriveni prihodom, svaki prihod iznad njihove vrijednosti plaća barem dio fiksnih troškova (minimizacija troškova je nastavljanje maksimizacije dobiti s negativnim predznakom). Dugoročno, proizvodnja bi se ipak prekinula, posebno u trenutku razmatranja potrebe reinvestiranja u trajnu imovinu (povećanje fiksnih troškova) – dakle, to je dugoročni prag proizvodnje. Kod razmatranja mogućih proizvodnih aktivnosti naravno da samo slučajevi proizvodnje iznad dugoročnog praga dolaze u obzir.

Ako cijena proizvoda nastavi padati, spustiti će se do kratkoročnog praga proizvodnje (kpp). Ispod njega prihodi više ne pokrivaju niti varijabilne troškove, pa proizvodnja treba biti odmah obustavljena. Neki autori zato ovu točku nazivaju jednostavno *prag proizvodnje* za razliku od *praga dobiti* kako se još naziva dugoročni prag proizvodnje.

Ukupna dobit ili profit (zasjenjenja površina na gornjoj slici) je razlika između krivulje troškova i pravca prihoda. U točki opt ukupna dobit je maksimalna.

Dobit po jedinici se vidi kao osjenčana površina u donjem dijelu slike. To je razlika između prosječnih ukupnih troškova i prodajne cijene proizvoda. Gdje je ta razlika najveća tamo je i optimalna razina proizvodnje, a to je u točki gdje je granični trošak jednak cijeni proizvoda.

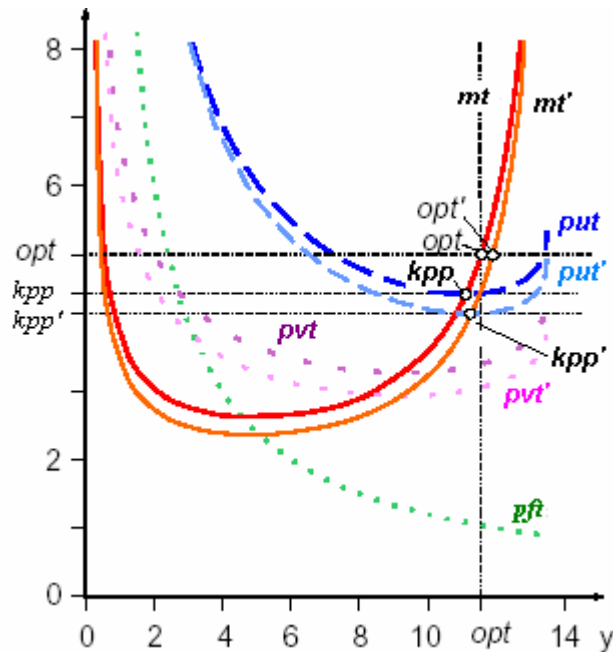
## 2.6 Analiza osjetljivosti pomoću funkcije troškova

Kao i s proizvodnom funkcijom, analiza osjetljivosti se može izvoditi i s funkcijom troškova. Razmotriti ćemo dva pitanja u svezi smanjenja troškova, što je vrlo popularno u industrijskom managementu i u općoj ekonomiji.

Prvo ćemo razmatrati smanjenje fiksnih troškova. Optimum proizvodnje je u točki gdje se granični trošak izjednačava s cijenom. Granični troškovi se geometrijski mogu opisati kao nagib pravca koji počinje u ishodištu krivulje troškova povučenog na krivulju troškova, što nema veze s fiksnim troškovima, bez obzira na njihovu visinu. Zaključujemo dakle, da fiksni troškovi ne utječu na proizvodni optimum. Ono na što utječu jest dobit. Budući se pravac prihoda ne mijenja sa smanjenjem fiksnih troškova, razmak između njega i krivulje ukupnih troškova će se povećati. To je točno samo ako i kada se ne mijenja krivulja varijabilnih troškova (učinkovitost proizvodnje ostaje ista), i ako cijena proizvoda ostane ista. Ovaj zahtjev najčešće ostaje neispunjen. To je razlog zašto će smanjenje fiksnih troškova rezultirati puno manjim rastom profita nego što bi bilo za očekivati. Drugi je razlog taj što

udio fiksnih troškova u ukupnim troškovima više nije tako velik u točki optimalnog utroška inputa (po jedinici profita).

Razmotrimo sada pad varijabilnih troškova za 10%. To će rezultirati promjenom kretanja krivulja funkcije ukupnih troškova, varijabilnih prosječnih troškova i ukupnih prosječnih troškova (slika 2.12.).

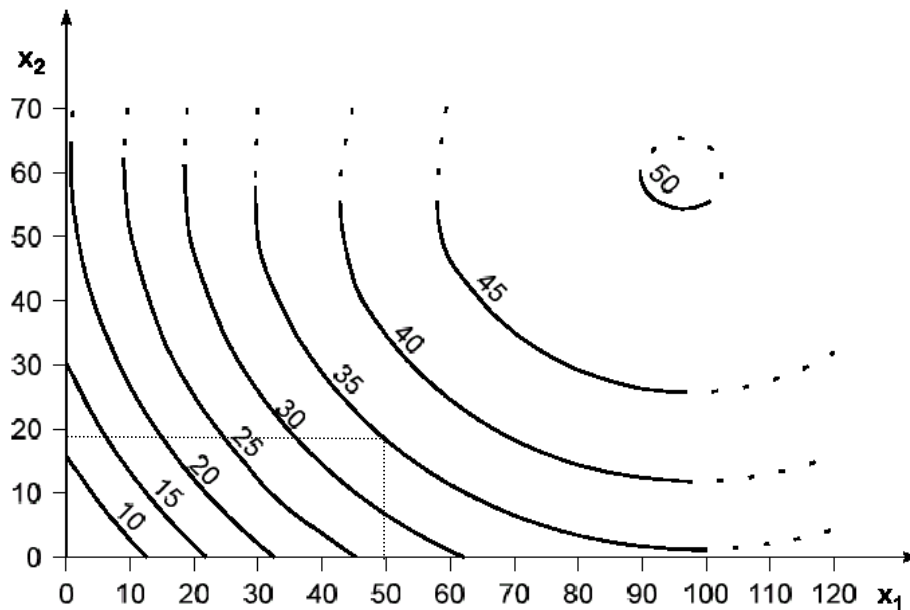


Slika 2.12. Učinak smanjenja varijabilnih troškova

Tako će se promijeniti i prag dobiti kao i točka optimuma proizvodnje. Kao što možemo vidjeti, spuštanje praga dobiti (s  $kpp$  na  $kpp'$ ) je manje od 10%, a optimalni intenzitet inputa raste neznatno. Dobit po jedinici raste za otprilike razliku od  $kpp$  do  $kpp'$ , što je puno više od 10%, zapravo skoro 50%. Možemo zaključiti da postotno smanjenje varijabilnih troškova donosi puno veći profit nego što to donosi isti postotak smanjenja fiksnih troškova.

### 3. ODNOS input-input

Kada smo razmatrali proizvodnu funkciju spomenuli smo i slučaj s dva inputa. Naime, kad bi površinu kojom je prikazana proizvodnja za dva inputa na slici 2.10. presjekli ravninom paralelnom s koordinatnom ravninom  $x_1=0-x_2$ , pri određenoj vrijednosti  $y$ , dobili bi presjek površine čije sve točke odgovaraju istoj vrijednosti  $y$  ili istoj količini proizvodnje. Na slici 3.1. su prikazane krivulje koje predstavljaju 9 presjeka površine proizvodnje sa slike 2.10 u razmacima od 5 jedinica (od 10 do 45). Sve točke na pojedinoj krivulju jednako su udaljene od koordinatne ravnine, tj. predstavljaju jednaku količinu proizvodnje i stoga se nazivaju izokvante (krivulje istih količina).



Slika 3.1. Izokvante za proizvodnu funkciju s dva inputa sa slike 2.10.

Iz slike je moguće odrediti kombinacije utroška dva proizvodna faktora  $x_1$  i  $x_2$ , s kojima se postiže određena količina proizvodnje. Na primjer, za količinu od 35 jedinica proizvodnje kombinacija može biti 50 jedinica  $x_1$  i 19 jedinica  $x_2$ .

Četiri stvari su ovdje vrijedne razmatranja:

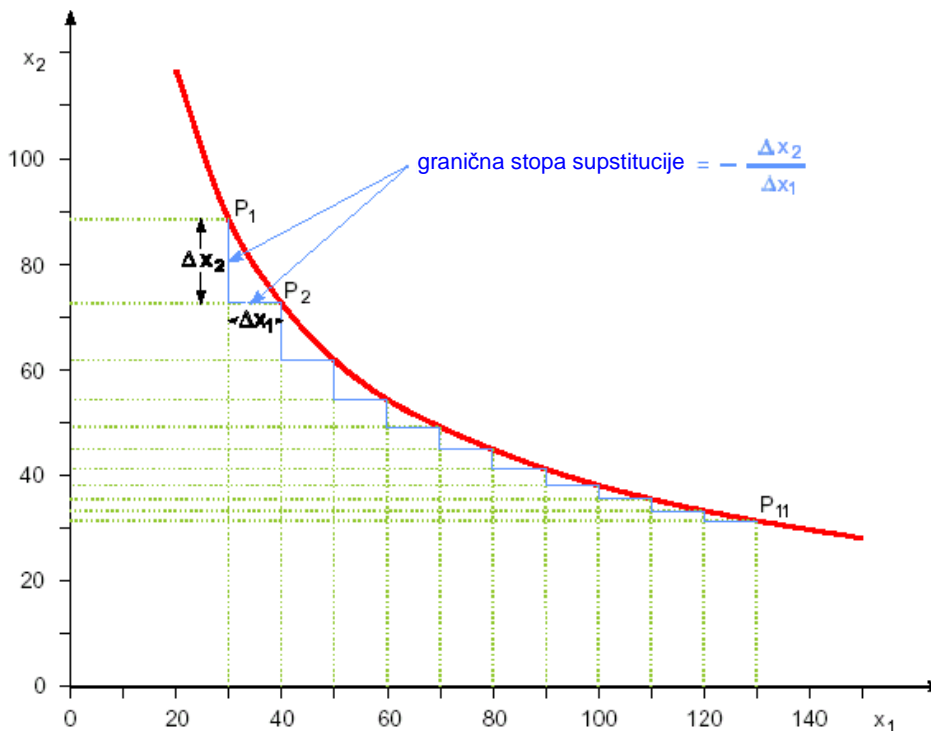
- Za dobivanje bilo kojeg ostvarivog prinosa postoji neograničen broj kombinacija, definiranih kontinuiranim krivuljama - *izokvantama*, među kojima su i kombinacije pri kojima količina jednog inputa iznosi nula.
- Za veće prinose su uvijek potrebna oba faktora, jer jedan proizvodni faktor ne može zamijeniti drugoga u potpunosti.
- Za veće prinose zamjena nije jednoznačna, jer je, npr., 45 jedinica proizvoda moguće proizvesti s 30 jedinica  $x_2$  uz ili 78,2 ili 116,6 jedinica  $x_1$ . Treba znati da je bilo koja kombinacija ispod jednog od minimuma (minimum  $x_1$  ili minimum  $x_2$ ) neekonomična.
- Stopa zamjene ili supstitucije jednog inputa drugim se mijenja s obzirom količinu pojedinog inputa u kombinaciji.

Promjene u stopama supstitucije mogu se prikazati kroz marginalne stope supstitucije (Slika 3.2.). Točnije je reći marginalna stopa supstitucije jednog inputa drugome, jer postoje i druge marginalne stope supstitucije, što ćemo još vidjeti. *Marginalna stopa supstitucije*<sup>2</sup> (*MSS*) je negativan omjer promjene količine inputa  $x_2$  i promjene količine  $x_1$  koja je bila potrebna da bi se zadržala ista količina proizvodnje, dakle

$$MSS = -x_2/x_1.$$

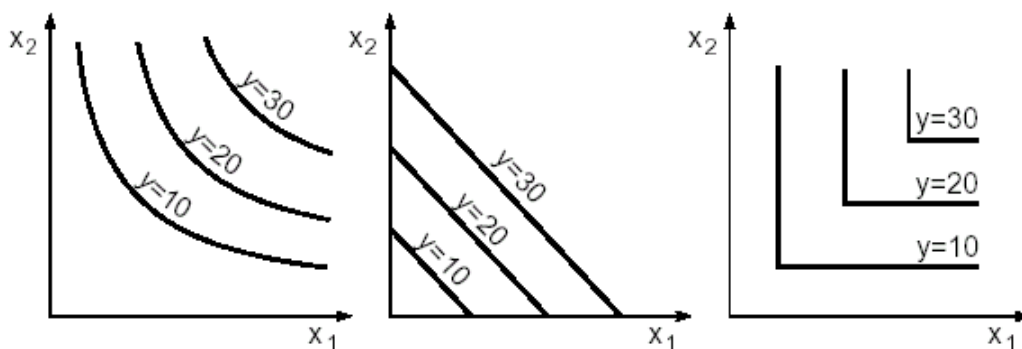
Jedino su pozitivne MSS od ekonomskog interesa.

<sup>2</sup> Još se naziva i granična stopa supstitucije ili granična stopa zamjene.



Slika 3.2. Marginalna stopa supstitucije

Kao što se može vidjeti na slici 3.3., postoje tri oblika odnosa input-input ili čimbenik-čimbenik. Lijevi slučaj s nelinearnim izokvantama i padajućom graničnom stopom povrata<sup>3</sup> je najčešći slučaj. Linearne marginalne stope supstitucije sa srednjeg grafikona su moguće kada su oba faktora potpuno zamjenjiva jedan s drugim, što je slučaj s, npr., dva dušična gnojiva. Treći je slučaj potpune komplementarnosti, gdje je supstitucija nemoguća. Ovo je česti oblik kojega povezujemo sa slučajevima kao što je kombinacija dvije esencijalne aminokiseline u hrani za životinje. To znači da bez odgovarajuće količine jednog inputa niti neograničeno povećanje drugoga ne dovodi od povećanja proizvodnje.



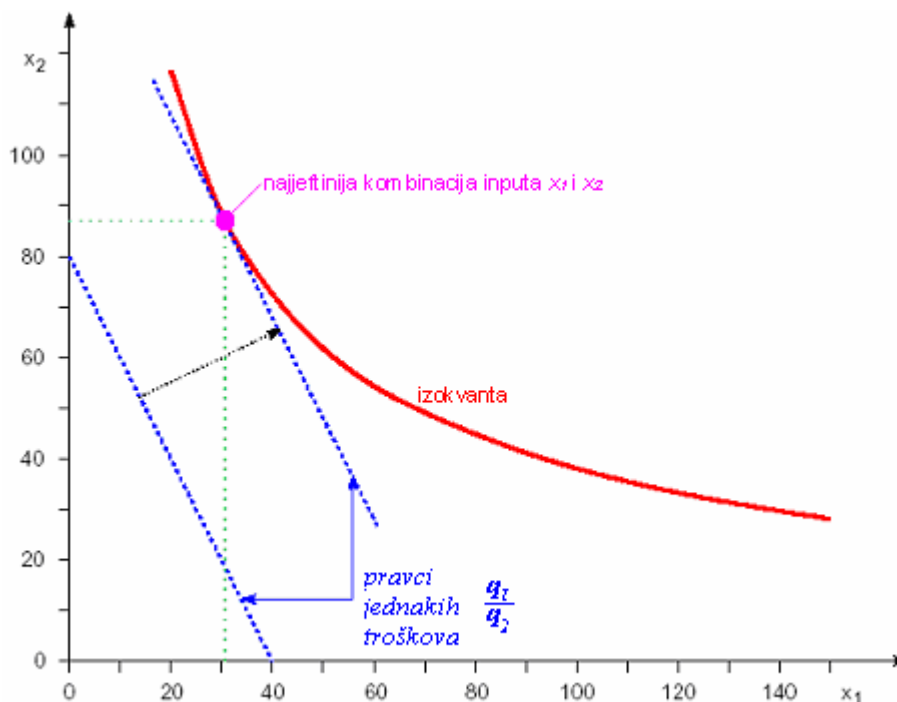
Slika 3.3. Različite vrste odnosa input-input (eng. *factor-factor*)

### 3.1 Kombinacija inputa s minimalnim troškovima

Kao i kod slučaja odnosa input – proizvod, optimalan odnos se može odrediti, i kod odnosa input-input. Optimalna kombinacija inputa ili faktora se naziva *kombinacija s minimalnim troškovima*. Kombinacija s minimalnim troškovima je ona pri kojoj je granična stopa supstitucije jednaka recipročnom omjeru cijena inputa, tj.

<sup>3</sup> Misli se na stopu povrata pojedinog inputa: ako jedan input držimo konstantnim, za jedinično povećanje proizvodnje trebati ćemo sve veće količine drugog inputa - zakon opadajućih prinosa.

$$MSS = -dx_2/dx_1 = q_2/q_1$$



Slika 3.4. Kombinacija inputa s minimalnim troškovima

Određivanje kombinacije minimalnih troškova se može odrediti matematički, a za slučaj s dva faktora je moguće i rješenje uz pomoć tablica ili grafički. (Slika 3.4.)

Grafičko rješenje je opet određivanjem nagiba krivulje. Geometrijski je taj nagib tangenta na krivulju. Zato ćemo ucrtati pravac ovog nagiba u koordinatni sustav (pravac jednakih troškova - eng. *iso-cost line* - s nagibom  $q_1/q_2$ ), pomicati ga paralelno do izokvante. Na mjestu gdje pravac dodirne (tangira) izokvantu, nalazimo traženu točku.

Za tablično rješenje, izračunavamo marginalne stope supstitucije za oba faktora. Izračunata MSS se zatim uspoređuje s recipročnim odnosom cijena. Ako cijene označimo s  $q$ , u našem je primjeru  $q_1 = 0,7$  i  $q_2 = 0,35$ , pa recipročni omjer cijena iznosi  $q_1/q_2 = 0,7/0,35 = 2$ .

Tablica 3.1. Kombinacija inputa s minimalnim troškovima

$x_1$	$x_2$	$\Delta x_1$	$\Delta x_2$	$-\Delta x_2/\Delta x_1$
20	116,8			
30	88,5	+10	-28,3	2,83
40	72,2	+10	-15,8	1,58
50	61,9	+10	-10,8	1,08
60	54,4	+10	-7,5	0,75
70	49,2	+10	-5,2	0,52
80	44,9	+10	-4,3	0,43
90	41,2	+10	-3,7	0,37
100	38,1	+10	-3,1	0,31
110	35,5	+10	-2,6	0,26

120	33,3	+10	-2,2	0,22
130	31,4	+10	-1,9	0,19
140	29,7	+10	-1,7	0,17
150	28,1	+10	-1,6	0,16

Kombinacija faktora koju tražimo je između prvog i drugog reda u tablici. Za preciznije rješenje razmaci između vrijednosti  $x_1$  mogu se smanjiti na, recimo, jednu jedinicu.

Algebarsko se rješenje može naći slično kao i kod proizvodne funkcije s dva inputa, i to deriviranjem i izjednačavanjem vrijednosti, ako nam je poznata funkcija izokvante. Ipak, prvo iznesimo neka zapažanja vezano uz MSS. Marginalna stopa supstitucije je funkcija proizvodne funkcije, tj. njena transformacija za određenu količinu proizvodnje.

Znamo da je postizanje optimalne organizacije poljoprivrednog gospodarstva određeno s tri uvjeta ravnoteže: optimum odnosa input – proizvod, optimum odnosa input – input i optimum odnosa proizvod – proizvod. Proizlazi da nam je optimalan odnos input – input zanimljiv samo kod točno određene proizvodnje, tj. kod optimalne razine proizvodnje.

Kod traženja optimalnog odnosa input – proizvod, količina proizvodnje je određena utroškom svih proizvodnih inputa. Za tu jedinu proizvodnju koja nas zanima, a to je optimalna, stoga tražimo optimalnu kombinaciju inputa kao dodatni rezultat ili dodatni proizvod pri traženju optimuma proizvodnje. Možemo vidjeti da se tu, u stvari, ne radi o traženju optimalne MSS, već je to prije pitanje razumijevanja dogme koja stoji iza problema, odnosno razumijevanja «cijele priče» u pozadini.

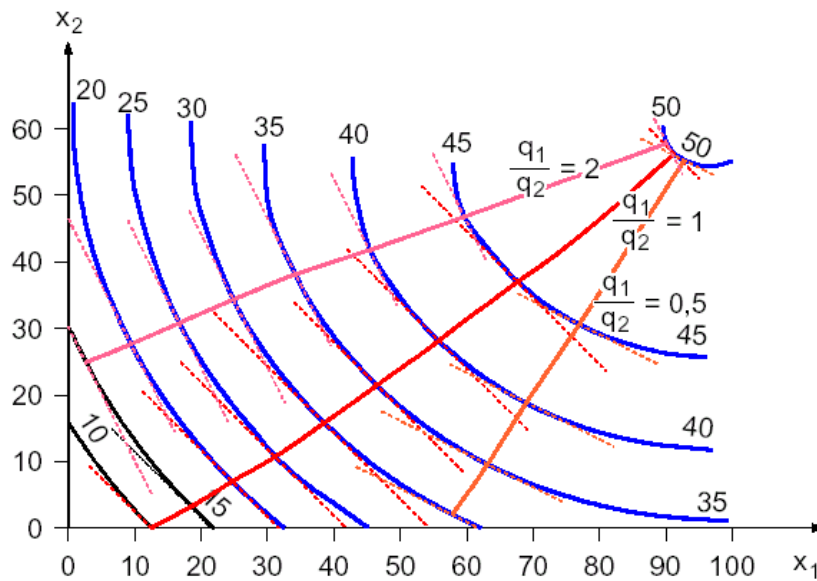
Ranije smo vidjeli da postoje tri različita tipa odnosa input – input. Gdje će, konačno, biti optimalne kombinacije za svaki od ova tri odnosa? U slučaju s konstantnim MSS, optimum će biti u jednoj od 0:1 kombinacija, odnosno u situaciji kad se jedan od dva inputa koristi u proizvodnji. Postoji i mogućnost posebnog slučaja kad bi MSS bila paralelna s recipročnim omjerom cijena inputa: tada je svaka kombinacija inputa na izokvanti optimalna<sup>4</sup>.

U slučaju potpune komplementarnosti, za sve cijene kod kojih je proizvodnja ekonomična, točka optimalne kombinacije je točka najbliža ishodištu, a MSS u toj točki iznosi 0 ili  $\infty$ .

### 3.2 Putanja rasta proizvodnje

Kombinacija inputa s minimalnim troškovima određuje se za točno određenu proizvodnju. Ako proizvodnju treba povećati, za bilo koju proizvodnju na putanji povećanja naći ćemo drugu kombinaciju minimalnih troškova. Za slučaj proizvodne funkcije s dva inputa situacija je prikazana na slici 3.5. gdje su ekonomski nevažni dijelovi izokvanta izostavljeni. Kao što se može vidjeti, točke u kojima izokvante imaju iste nagibe su smještene duž zakrivljene crte. Ta se krivulja naziva *putanja rasta*. To znači da će se povećanje proizvodnje (rast proizvodnje), uz poštivanje načela ekonomičnosti, odvijati duž te krivulje. Drugim riječima, za dani cjenovni omjer dvaju inputa  $q_1/q_2$ , optimalna količina proizvodnje je negdje duž putanje rasta za taj omjer. Točno mjesto se ne može odrediti iz ovakvog grafičkog prikaza, a ekonomski zakoni govore da je to točka gdje se pojedinačni marginalni troškovi svih inputa izjednačuju s marginalnim prihodom. Matematički, ova je točka optimuma dobiven iz analize proizvodne funkcije.

<sup>4</sup> Nagib pravca istih troškova i izokvante su jednaki.



Slika 3.5. Putanja rasta proizvodnje

#### 4. ODNOS PROIZVOD - PROIZVOD

Posebno je svojstvo poljoprivrede snažna međusobna povezanost proizvoda. Nadalje, cijene su nezavisne od odluka jednoga proizvođača, pa čak niti velikih zadružnih proizvođača.

Poljoprivreda je arhetipski slučaj polipola. Uslijed ova dva uvjeta optimalna kombinacija proizvoda je od presudne važnosti.

##### Tipovi odnosa proizvod - proizvod

Nakon što smo definirali optimalni pojedinačni intenzitet proizvodnje i optimalnu kombinaciju inputa, trebamo još odrediti i optimalnu kombinaciju proizvoda. Postoje tri različita tipa odnosa između proizvoda:

- konkurentski,
- nezavisni (paralelne proizvodnje) i
- komplementarni (zajedničke proizvodnje).

Počnimo s najjednostavnijim slučajem nezavisnog odnosa. Proizvodnje su nezavisne ili paralelne onda kad količina proizvodnje proizvoda  $y_1$  ne utječe na mogućnost proizvodnje proizvoda  $y_2$ , i obratno. Primjer može biti odnos proizvodnje jaja i jabuka na nekom velikom gospodarstvu. Paralelne proizvodnje je na manjim OPG teško naći jer se proizvodi gotovo uvijek natječu ili za ograničene resurse rada ili za zemljište. U pravilu se paralelne proizvodnje može naći tamo gdje je proizvodnja svakog proizvoda ograničena drugim čimbenikom, a ti čimbenici nisu ograničenje za ostale proizvode. U ovom slučaju ne postoji problem optimalne kombinacije proizvoda: svaki se proizvod proizvodi u okviru ograničenja, ukoliko je proizvodnja uopće isplativa.

Kada proizvodnja proizvoda  $y_1$  istovremeno daje određenu količinu proizvoda  $y_2$  (nus-proizvodi) govorimo o zajedničkoj proizvodnji. Primjer su šećerna repa i lišće šećerne repe, jaja i izlučene nesilice, itd.

Zajednička proizvodnja je česta u poljoprivredi. Ponekad se u takvim slučajevima javlja problem uklanjanja nus-proizvoda, kada trošak njihova trženja nadilazi njihovu vrijednost. U Zapadnoj Europi spomenute izlučene nesilice predstavljaju takav problem farmerima. Ekonomski tretman komplementarnih proizvoda je jednostavan. Proizvodnja određene kombinacije komplementarnih proizvoda se promatra kao jedna proizvodna aktivnost. Ta se

aktivnost može razmatrati i u kombinaciji s drugim proizvodnjama. Rijetki slučajevi kad se u određenoj mjeri može utjecati na količinu nus-proizvoda koju donosi jedna jedinica glavnog proizvoda, zahtijevaju poseban tretman. U ekonomiji su ovakvi slučajevi zanimljivi samo ako jedan od vezanih proizvoda služi kao proizvodni input drugi proizvod, ili ako količinu nus-proizvoda određujemo inputom za koji se natječu drugi proizvodi. Ovi su slučajevi komplicirani u teoriji, ali se praktično lako rješavaju metodama simultanog planiranja.

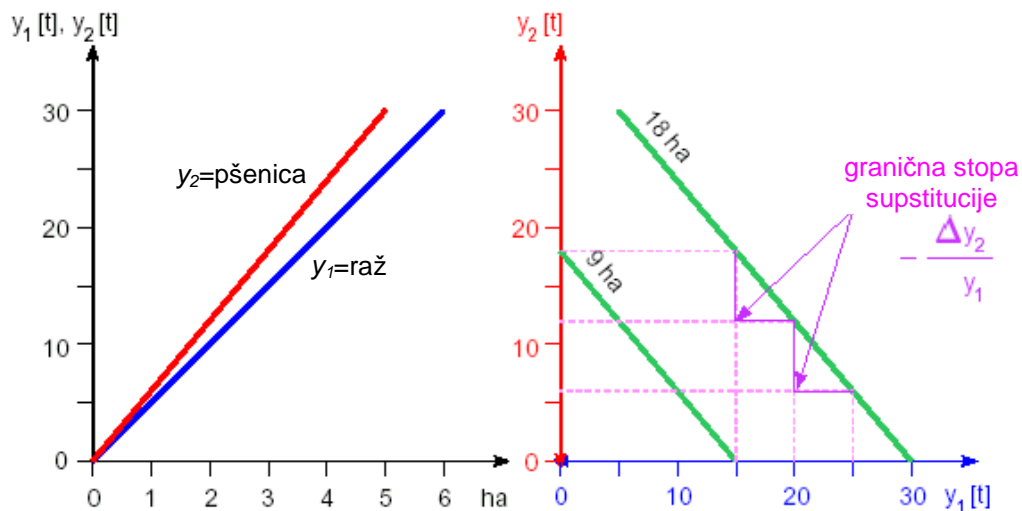
Normalna situacija u poljoprivredi jesu *konkurentne proizvodnje*. One se javljaju kada jedan ili više proizvoda koriste iste oskudne proizvodne čimbenike, tj. kad je rast količine proizvoda  $y_1$  moguć samo uz smanjenje količine proizvoda  $y_2$ . Konkurentne situacije najviše su vezane uz čimbenike rad, zemljište i građevinski objekti. Optimiziranje kombinacije proizvoda tada je moguće jedino uz postepene prilagodbe. Kod toga, povećanje proizvodnje jednog proizvoda se opterećuje oportunitetnim troškovima potrebnog smanjenja konkurentnog proizvoda. U slučaju s nekoliko takvih proizvoda treba uzeti onaj koji je najmanje profitabilan u uvjetima oskudnog čimbenika proizvodnje. Odnos zamjene se može razlikovati. Ovdje također govorimo o graničnoj stopi zamjene ili marginalnoj stopi supstitucije. Kod granične stope zamjene inputa se pretpostavlja jednaka proizvodnja za sve kombinacije. Kod granične stope zamjene proizvoda se pretpostavlja jednaka razina inputa. Razlikujemo tri tipa supstitucijskih odnosa:

- konstantna MSS proizvoda,
- rastuća MSS proizvoda i
- opadajuća MSS proizvoda.

Sva su tri slučaja u poljoprivredi uobičajena.

Supstitucijski odnos za inpute se može izvesti iz jedne proizvodne funkcije za jedan proizvod s više inputa. Supstitucijski odnos za proizvode se izvodi iz proizvodnih funkcija za nekoliko proizvoda, i to svaka za istim input.

Konstantna marginalna stopa supstitucije postoji kad stalni rast proizvodnje jednog proizvoda  $y_1$  zahtijeva odricanje od stalno iste količine proizvoda  $y_2$ . Ako, npr. u plodoredu za ozima žita trebamo 1/3 zemljišta, farmer izabire kombinacije ozime pšenice ili ozime raži za sjetvu po volji. No, ukupna površina ozimih žita je ograničena na 1/3 obradivog zemljišta. Pretpostavimo li da je prinos ozime pšenice 6 t/ha, a ozime raži 5 t/ha, tada proizvodna funkcija i granična stopa povrata izgledaju kao na slici 4.1.



Slika 4.1. Stalna marginalna stopa supstitucije proizvoda

Sa 18 ha obradivog zemljišta, samo je na 1/3 (6ha) moguće birati između raži i pšenice. Ako se, npr. proizvede 20 tona raži (ekvivalent 4ha) ostaje proizvodnog kapaciteta za proizvodnju samo 12 tona pšenice (na preostala 2 ha). Za svako povećanje proizvodnje pšenice od 1 tone,

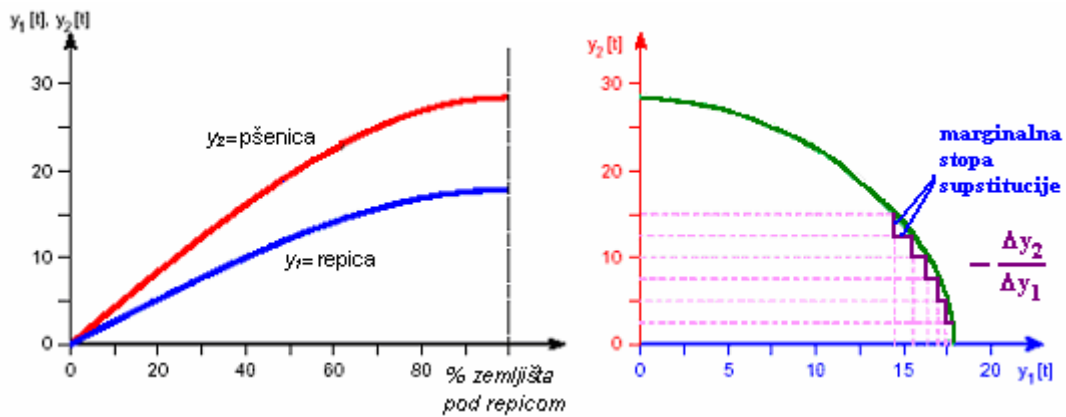


moгуća proizvodnja raži će biti umanjena. Smanjenje odgovara proizvodnji raži s površine na kojoj se može uzgojiti 1 tona pšenice. Kako za 1 t pšenice treba 1/6 ha, proizvodnja raži smanjiti će se za 1/6 od 5 t (ili 1/6 prinosa raži). To je upravo granična stopa zamjene prema formuli:

$$-\Delta y_2/\Delta y_1 = -(-5/6) = 5/6$$

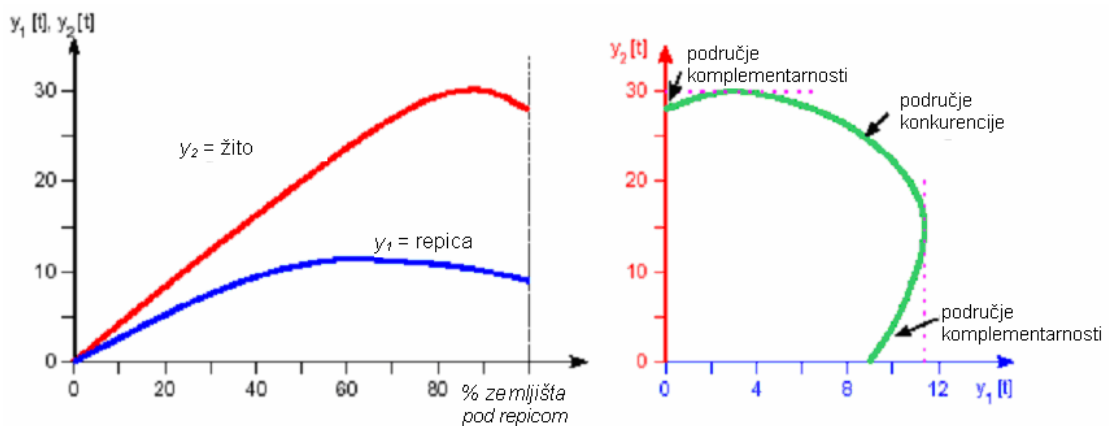
Rastuća marginalna stopa supstitucije se javlja kada stalni rast proizvodnje  $y_1$  uzrokuje sve veća smanjenja proizvodnje supstituiranog proizvoda  $y_2$ . Primjer ovakvog odnosa je sinergijski efekt plodoreda. S povećanjem udjela uljane repice u plodoredu, prinos repice po jedinici površine opada. Stoga ćemo se za jedinični porast proizvodnje repice na raspoloživom zemljištu morati odricati sve većih količina ostalih proizvoda.

Izmišljeni primjer poslužiti će za opis ovakvog slučaja (slika 4.2.)



Slika 4.2. Rastuća marginalna stopa supstitucije

Sinergijski efekt može ići i dalje: nakon određenog udjela jednog usjeva, i prinosi svih drugih usjeva opadaju. U našem primjeru dolazimo do slučaja na slici 4.3.



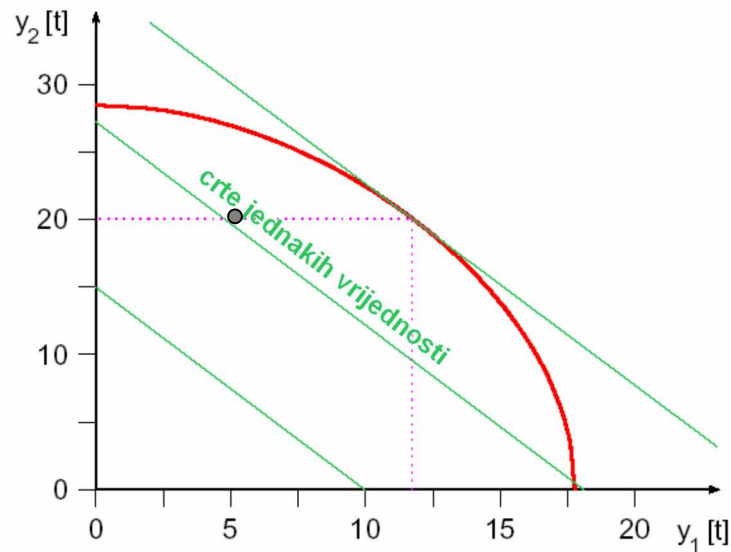
Slika 4.3. Rastuća marginalna stopa supstitucije s područjem komplementarnosti

Treba biti jasno da proizvodnja u području komplementarnosti nije ekonomična. Optimalna kombinacija proizvoda u oba slučaja rastuće MSS je definirana na isti način: optimum je dostignut kada je MSS jednaka recipročnom omjeru vrijednosti količina proizvoda:

$$-\Delta y_2/\Delta y_1 = V_{y_1}/V_{y_2}$$

Osim algebarski, problem je moguće riješiti i grafički što ćemo objasniti na primjeru sa slike 4.2. Uzmimo da je cijena uljane repice 18\$ po jedinici, a pšenice 12\$ po jedinici. Pravci jednakih vrijednosti (eng. *iso-value*) imaju dakle nagib prema omjeru ovih cijena: 18:12, ili

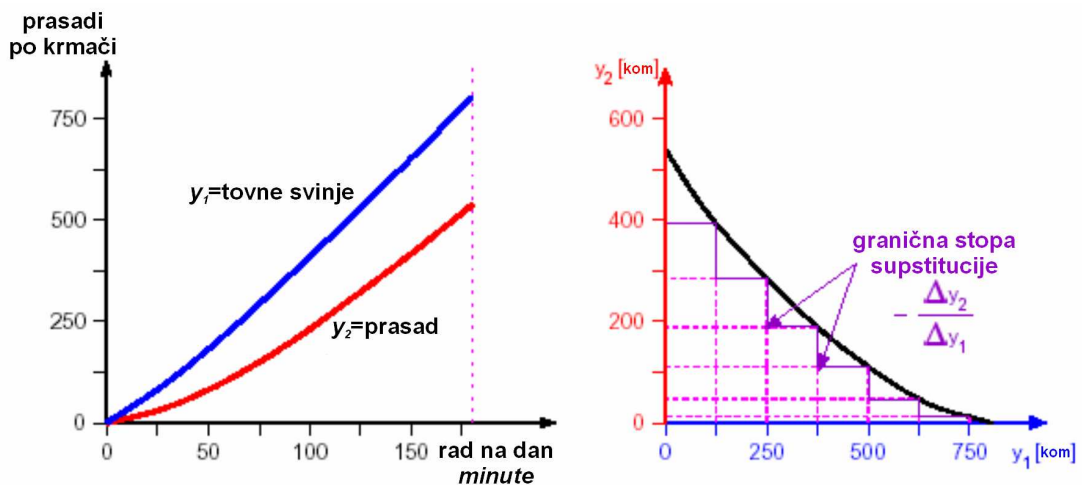
1:2/3 (10 tona repice ima istu vrijednost kao i 15 tona pšenice). Dodirna točka pravca iste vrijednosti i izokvante se može naći kod kombinacije 13,33 tona repice i 20 tona pšenice. To odgovara udjelima u plodoredu 57,5% pšenice i 42,5% repice.



Slika 4.4. Optimalna kombinacija proizvoda

*Padajuća marginalna stopa supstitucije* postoji u slučajevima kada se za porast proizvodnje  $y_1$  treba žrtvovati sve manju količinu proizvoda  $y_2$ . Za primjer, to se može dogoditi ako je učinak ekonomije obujma kod dvije alternativne proizvodnje različit. Mogući slučaj jesu proizvodnja tovnih svinja kao konkurentna proizvodnja uzgoju prasadi. Učinak ekonomije obujma je u tovu svinja puno jače izražen nego kod proizvodnje prasadi.

U slučaju padajuće marginalne stope supstitucije optimum se nalazi u proizvodnji samo jednog od proizvoda. Kombinacija proizvoda je uvijek neekonomična.



Slika 4.5. Padajuća marginalna stopa supstitucije

## 5. OPTIMALNA ORGANIZACIJA GOSPODARSTVA

Već smo nekoliko puta rekli da su uvjeti za optimalnu proizvodnju na gospodarstvu slijedeća tri ekvilibrija:

1. optimalni pojedinačni intenzitet proizvodnje,
2. optimalna kombinacija inputa i
3. optimalna kombinacija proizvoda.

Ova tri uvjeta se ne mogu ispuniti neovisno, oni moraju biti zadovoljeni istovremeno. Treba biti jasno da se to ne može odrediti samo uz pomoć diferencijalnih jednačbi ako je u pitanju veći broj inputa i proizvoda. Međutim, postoje metode koje dozvoljavaju dublji uvid u optimalnu organizaciju gospodarstva. Metode koje se ne temelje na uporabi računala se u današnje vrijeme izbacuju iz analiza. Linearno programiranje sa svojim inačicama je prevladavajuća metoda među onima za koje se koriste računala, a daleko iza nje su i simulacijske tehnike.

## 6. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Optimizacijski algoritmi koje daje neoklasična teorija poljoprivredne proizvodnje nisu dovoljan instrument planiranja. To je vidljivo u slučaju kombinacija proizvod-proizvod, a posebno kod input-input odnos. No, naći ćete mnogo publikacija gdje se analiza proizvodne funkcije koristi za optimalizaciju stvarnih problema, bilo za OPG ili za makroekonomske probleme. Taj pristup po mišljenju autora nije odgovarajući.

Proizvodnja poljoprivrednih proizvoda ovisi o mnoštvu čimbenika, od kojih proizvođač može djelovati samo na neke. Ne može djelovati na vremenske uvjete, onečišćenje okoliša, slučajne događaje, itd. Utjecaj ovih faktora na prinos i njihov međusobni odnosi nikad neće biti do kraja poznati.

Dakle, određena proizvodna funkcija je primjenjive samo za jednu određenu godinu, određeno zemljište i jednu određenu sortu (kritika vrijedi i za stočarstvo).

Proizvodna funkcija nije nikada poznata prije no što je proizvod spreman za prodaju. U najboljem slučaju, poslije žetve netko može reći što je trebalo učiniti da je za vrijeme sjetve znao što sada zna.

Vjerovanje da postoji nešto nalik prosječnoj proizvodnoj funkciji je statistički besmisleno. Kod stvarnog planiranja tzv. prosječna proizvodna funkcija (prosjeak s nekoliko mjesta ili za nekoliko godina ili oboje) je korisna koliko i nasumce odabrana ili neka izmišljena.

Za rješavanje makro problema prosječna proizvodna funkcija je posebice besmislena. Greška učinjena kod uprosječivanja nastaje zbog krivog mišljenja da je optimum dobiven iz prosječne funkcije proizvodnje isto što i prosjeak optimuma pojedinih proizvodnih funkcija.

Moje je mišljenje da ovi argumenti dostaju kao dokaz da se proizvodna funkcija ne može koristiti kod planiranja. To ne umanjuje značaj proizvodnih funkcija. Analize proizvodnih funkcija su vrijedna ako njihovi rezultat vrijede bez obzira na stvarni oblik funkcije. Dobar je primjer takve analize onaj iz plodoređa na slici 2.9. Koji se god oblik proizvodne funkcije koristi, objašnjenje iz ove analize je točno. Točno je i za sve usjeve, u svim klimatskim uvjetima i u bilo kojoj godini.

Neoklasična teorija proizvodnje je teorija, a ne rješenje za stvarne probleme planiranja. Ipak, metode pogodne za rješavanje stvarnih problema moraju biti u skladu s teorijom. premda kod rješavanja problema može poslužiti. Teorija je osnova za razumijevanje problema i dokazivanje valjanosti metoda za rješavanje problema, ali nije oruđe za izravno rješavanje problema.